Infomin, Vol. 14, enero-diciembre 2022, E-ISSN: 1992-4194, http://www.infomin.co.cu

Artículo Original

Modelo tensorial en condiciones de equilibrio en procesos de conformación

Tensorial model in equilibrium conditions in conformation processes

https://cu-id.com/2144/v14e18

Lierli Oconnor Montero*

RESUMEN: En la práctica de la ingeniería se trabaja con magnitudes escalares, vectoriales y tensoriales. Los tensores se emplean cuando aparecen campos de fuerzas que generan estados tensionales y deformacionales. En el trabajo se desarrolló un modelo tensorial que describe las ecuaciones de equilibrio de un punto material sometido a un estado deformacional en el proceso de laminación en caliente de metales. Se han considerado estados tensionales y deformacionales planos y el campo de fuerzas que interviene es no conservativo. Desde la identificación y cálculo asociados a los campos de fuerzas realizados en el trabajo se prevé la formalización de estados tensionales y deformacionales Se proyecta su aplicación a la laminación de palanquillas de acero en castillo de desbaste para la zona de adherencia, zona en la que las fuerzas que intervienen y que determinan el desplazamiento del metal, tienden a equilibrar el componente lineal de este desplazamiento.

Palabras clave: Modelo, condiciones de equilibrio, tensor.

ABSTRACT: In engineering practice is usually worked with scalar, vector and tensor magnitudes. The tensors are used when power fields appear that generate tensional and deformational states. In the work a tensor model was developed that describes the equilibrium equations of a material point subjected to a deformational state in the process of hot metal rolling. Tensional and deformational states have been considered and the intervening field of forces is non-conservative. From the identification and calculation associated to the fields of forces carried out in the work, the formalization of tensional and deformational states is foreseen. Its application is projected to the rolling of sheet of steel in the roughing castle for the area of adherence, an area in which forces that intervene and that determine the displacement of the metal, tend to balance the linear component of this displacement.

Key words: Model, equilibrium conditions, tensor.

INTRODUCCIÓN

Un aspecto fundamental en la laminación, es el que tiene que ver con los campos de fuerzas que intervienen en la deformación plástica del metal y que encuentra una particularidad en los parámetros de fuerza y energía, dentro de los cuales están el esfuerzo, el momento, el trabajo y la potencia de laminación. El cálculo de la presión específica es uno de los más complicados ya que depende en primer lugar de la fluencia del metal y de muchos otros factores. La fluencia del metal a su vez depende de la temperatura, de la velocidad de deformación, del estado tensional a que está sometido el cuerpo, del grado de deformación, de la composición química del acero, de la fricción, entre otros.

Durante el proceso de laminación las tensiones normales y tangenciales (generadas por los campos de fuerzas) actúan sobre el metal por todo el arco de agarre y definen el estado tensional de cada punto sobre el que actúan. Como el metal tiende a deformarse en la dirección de la menor resistencia entonces las fuerzas de fricción de contacto al inicio y al final del arco de agarre tienen direcciones contrarias. A la sección vertical en que las fuerzas de fricción de contacto varían su dirección y las velocidades del metal y de los cilindros se hacen iguales (Vm = Vc) se le denomina sección neutra (N-N). Al ángulo correspondiente a la posición de la sección neutra se le denomina ángulo neutro (γ) (Fig. 1). En el diagrama de fuerzas que sigue se ilustran estas ideas.

En consecuencia si hay equilibrio de velocidades entonces hay equilibrio de las fuerzas que generan esos movimientos. Se conoce que una estimación de este ángulo neutro está dada por la expresión

$$sen\gamma = \frac{sin \propto}{2} - \frac{1 - cos \propto}{2\mu} \quad (1\text{-a})$$

Debido a estudios empíricos se ha podido estimar que $\propto$ es un ángulo que varía entre 22º y 24º.

Recibido: 17/09/2022
Aprobado en su forma original: 11/12/2022

Empresa Siderúrgica José Martí. Calle 20. Cotorro, La Habana, Cuba
*Correo Electrónico: loconnor@mecanica.cujae.edu.cu

MATERIALES Y MÉTODOS

El proceso de laminación en el taller 250 de la Empresa Siderúrgica José Martí justo después del calentamiento de las palanquillas y de su extracción del horno, se inicia con el desbaste del metal en el castillo 500. Dicho agregado tiene como tarea realizar las mayores reducciones que sufre el metal a lo largo del proceso.

Para el estudio del comportamiento del metal en el foco de deformación se consideran postulados teóricos de la laminación, postulados de la teoría en la deformación plástica del metal y que se concreta en el primer pase del castillo desbaste, en el taller 250 y donde se trata de laminar palanquillas de un área en la sección transversal de 130 x 130 mm^2, sección que se transforma a otra sección de dimensiones 103 x 144 mm^2.

La tensión total que surge puede ser descompuesta en tres componentes: una normal al plano y dos tangentes a él. La tensión normal se designara (σ) y con un índice correspondiente a los ejes (*x, y, z*). La tensión tangencial se denotara (τ) y con dos índices, el primero de ellos correspondiente al eje perpendicular al plano y el otro al eje de igual dirección que el vector (τ).

El tensor generalmente se da por una matriz donde *l, m, n* son coeficientes que representan un número asociado al valor de σ_x, τ_{yz} … según el sistema siguiente:

$$X = \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n$$
$$Y = \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n$$
$$Z = \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n$$

La ilustración de un paralelepípedo infinitesimal es la siguiente

Al establecer que la resultante de las fuerzas exteriores sobre el cuerpo está dada por la expresión $\overrightarrow{F_i}$ **(x,y,z) = (F $_1$ (x,y,z); F $_2$ (x,y,z); F $_3$ (x,y,z))** entonces para el caso de un cuerpo en condiciones de equilibrio se tiene: $\overrightarrow{F_i}$ (x,y,z) = 0 ; 1< i < 3 **(2)**

Aplicando esta noción al paralelepípedo infinitesimal en cada una de las direcciones principales y según las tensiones resultantes, se tiene que las ecuaciones de equilibro están dadas por el sistema de ecuaciones siguiente: (Feodosiev, 1965)

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma x}{\partial x} + \frac{\partial Tyx}{\partial y} + \frac{\partial Tzx}{\partial z} + Tx = 0 \\ \frac{\partial Txy}{\partial x} + \frac{\partial \sigma y}{\partial y} + \frac{\partial Tzy}{\partial z} + Tz = 0 \\ \frac{\partial Txy}{\partial x} + \frac{\partial Tyz}{\partial y} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} + Tz = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Dado que el estado tensional puede variar según varía el punto entonces se puede establecer que se está en presencia de un campo de tensiones, campo que indicamos según la expresión:

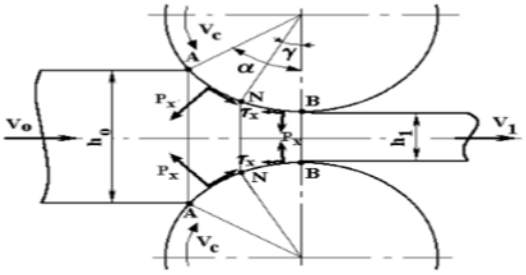


Figura 1. Diagrama de fuerzas en un proceso real de laminación

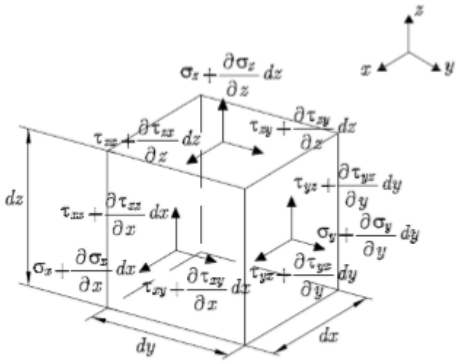


Figura 2. Tensiones sobre las caras del paralelepípedo (Feodosiev, 1965)

$$\sigma\,(x,\ y, z) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{yz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} (x, y, z) \quad (4)$$

Desde los fundamentos científicos técnicos elaborados como métodos de trabajo para el proceso de laminación, se tiene para calcular las fuerzas las expresiones siguientes:

Zona de atraso: $p_x = \frac{1{,}15\sigma_S}{\delta}\left[(\delta - 1)\left(\frac{h_0}{h_x}\right)^{\delta} + 1\right]$;

Zona de adelanto: $p_x = \frac{1{,}15\sigma_S}{\delta}\left[(\delta + 1)\left(\frac{h_0}{h_x}\right)^{\delta} - 1\right]$

Donde:

h_x : altura del metal en sección distante del eje de los cilindros en la magnitud *x*

σ_s : valor medio de límite de fluencia del material. (kg f/cm^2).

δ: coeficiente de deformación ($\delta = 2\mu\frac{l_a}{\Delta h}$)

l_a : Longitud del foco de deformación, ($l_a = \sqrt{R \times \Delta h}$)

Δh : Magnitud de la reducción del metal.

μ : Coeficiente de fricción.

Desde la utilización de estas formulaciones como punto de partida se obtuvieron los resultados que se describen a continuación.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para los campos de tensiones tiene sentido investigar la variación, es decir el gradiente del campo, para ello se considera el gradiente de $\boldsymbol{\sigma(x,y,z)}$. Gradiente que se define como:

$$grad\ \sigma\ (x,\ y,z) = \left(\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right)\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}(x,y,z) \quad (5)$$

Lo cual se obtiene:

$$grad\ \sigma\ (x,\ y,z) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma x}{\partial x} + \frac{\partial Tyx}{\partial y} + \frac{\partial Tzx}{\partial z} \\ \frac{\partial Txy}{\partial x} + \frac{\partial \sigma y}{\partial y} + \frac{\partial Tzy}{\partial z} \\ \frac{\partial Txz}{\partial x} + \frac{\partial Tyz}{\partial y} + \frac{\partial \sigma z}{\partial z} \end{pmatrix}(x,y,z)$$

De este modo las ecuaciones de equilibrio respecto a las fuerzas en forma tensorial, prescindiendo de las coordenadas, quedan dadas por la expresión:

$$\overrightarrow{\nabla}\sigma + \overrightarrow{T} = 0 \quad (6)$$

En esta expresión el miembro derecho es el vector tensión nula, el segundo sumando del miembro izquierdo es la tensión resultante de las fuerzas exteriores y el sentido del equilibrio es mecánico.

Sin embargo no siempre la noción de equilibrio es en este sentido mecánico, así por ejemplo en el proceso de laminación, en cada haz vertical de puntos del metal, todos contenidos en un mismo plano vertical, las posiciones relativas de los puntos definen una trayectoria y comportamiento en forma de onda vertical en la que, simulando lo que sucede con una cuerda vibrante, los puntos tienden a igualar sus velocidades de desplazamientos o sea hay una tendencia a la igualdad entre los campos tensionales entre dos puntos cualesquiera **i** y **j**. En términos tensoriales se puede escribir:

$$\overrightarrow{\nabla}\sigma_i + \overrightarrow{T_J} = \overrightarrow{\nabla}\sigma_j + \overrightarrow{T_j} \quad (7)$$

Lo que constituye la ecuación tensorial de equilibrio en la zona neutra de la deformación plástica del metal entre los cilindros. Durante el proceso de laminación las tensiones normales y tangenciales (fuerza de fricción) actúan sobre el metal por todo el arco de agarre y definen el estado tensional de cada punto sobre el que actúan. Como el metal tiende a deformarse en la dirección de la menor resistencia entonces las fuerzas de fricción de contacto al inicio y al final del arco de agarre tienen direcciones contrarias.

A la sección vertical en que las fuerzas de fricción de contacto varían su dirección y las velocidades del metal y de los cilindros se hacen iguales $(\boldsymbol{V_m = V_c})$ se le denomina sección neutra **(N-N)**. Al ángulo correspondiente a la posición de la sección neutra se le denomina ángulo neutro ($\boldsymbol{\gamma}$) (fig. 1). Justo en eta zona ocurre el estado de equilibrio porque si hay equilibrio de velocidades entonces hay equilibrio de las fuerzas que generan esos movimientos.

En el caso de estados tensionales se suele hablar de tensiones normales y tangenciales, y en específico para el caso de la deformación en el desbaste se definen las fuerzas P_x y τ_x . En la laminación en caliente el metal por lo general se lamina a temperaturas mayores de (850 -900)ºC, es decir en un rango donde el coeficiente de fricción disminuye, por eso basándose en datos experimentales Ekelund creó una dependencia del coeficiente de fricción con la temperatura.

$$\mu = \vartheta(1{,}05 - 0{,}0005t) \quad (8)$$

Donde:

ϑ = 0.8 para cilindros de hierro

ϑ = 1.0 para cilindros de acero

t : Temperatura de metal (°C)

Con adecuadas bases de datos de las variables independientes se pueden estimar estados tensionales en clases específicas de puntos del metal. Sustituyendo en la ecuación (8) se tiene que:

$$\mu = 1(1{,}05 - 0{,}0005 \times 1180℃) = 0{,}46$$

Una vez obtenido el valor del coeficiente de fricción se procede a sustituir en la ecuación (1-a) obteniendo que: $sen\ \gamma = 6{,}02°$

El proceso de cálculo se establece el cálculo de P_x, τ_x , U y ε se realiza a lo largo del foco de deformación y con las formulaciones de los parámetros entonces se conviene en realizar las particiones siguientes:

Sea el segmento lineal horizontal desde el punto en el que entra el metal hasta que sale del foco de deformación. Sea x la longitud que corresponde a un punto genérico de este segmento y que está en el centro de simetría de la palanquilla, y le corresponde un cierto ángulo θ que se genera en el ángulo de agarre, que aumenta en la medida que x aumenta de valor y que le corresponde una altura h_x (segmento FC) desde el eje de simetría de la palanquilla hasta el calibre, ver Figura 3.

Para el ángulo de agarre se considera $\alpha = 23°$ y en esta amplitud se hace una partición de un paso de un grado la cual da lugar a una discretización del ángulo de agarre. Para cada valor de θ le corresponde una profundidad x y una altura h_x.

Se procede a determinar P_x y tx mediante las ecuaciones correspondientes y según sea la zona de adelanto o atraso. Dado que a partir de la discretización se tienen magnitudes variables entonces Para el coeficiente de deformación se tiene

$$\delta = 2\mu\frac{l_a}{\Delta h} \quad (9)$$

En esta expresión Δh y l_a son magnitudes variables que dependen del valor de θ . Para el caso de l_a se tiene:

$$l_a = \frac{\pi \times R}{180} \times (\alpha - \theta) \quad (10)$$

Como el triángulo ABC se considera un triángulo rectángulo se tiene que:

$$\cos(\alpha - \theta) = \frac{AB}{R}$$

$$h_x = FC = \frac{H_1}{2} + QB$$

$$h_x = \frac{h}{2} + R(1 - \cos(\alpha - \theta)) \quad (11)$$

Los 23 valores de la longitud del arco y altura del metal en la sección distante del eje de los cilindros en la magnitud x están dados en la tabla que se anexa. Estos valores permiten construir la tabla de valores de P_x y τ_x según las expresiones anteriores y de acuerdo al proceso de discretización del ángulo de agarre según el aumento gradual de θ, como se muestra en la tabla 1.

Los valores obtenidos para ambas magnitudes se convierten en elementos que permiten conseguir un acercamiento a los estados tensionales en los puntos estudiados del metal en el foco de deformación y que están ubicados en el plano vertical de simetría del metal.

Para la velocidad de deformación se procede del modo siguiente: Se considera la velocidad media de deformación y la velocidad instantánea de deformación: (Minkin,1989)

$$U = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (12)$$

$$U_m = \frac{V_l}{l_a} \times \frac{\Delta h}{H} \quad (13)$$

Donde.

U_m : velocidad media de deformación. (s^{-1})

V_l : velocidad lineal de laminación . (m/s)

l_a : longitud del foco de deformación. (m)

Δh : variación de la altura del metal . (m)

H : altura del calibre de entrada. (m)

Nuevamente se considera la discretización del ángulo de agarre con el paso de un grado y al discretizar magnitudes que antes eran fijas ahora son variables. Tales son los casos de l_a y Δh . Se procede a calcular la variación de la altura del metal:

$$\Delta h = h - R[1 - \cos(\alpha - \theta)] \quad (14)$$

Donde.

h : altura inicial de la palanquilla. (m)

R : radio del cilindro. (m)

α : ángulo de agarre.

θ : ángulo de formación.

Una vez discretizado el ángulo de agarre se procede a calcular los 23 valores de la velocidad de deformación U mediante la expresión:

$$U(\Delta h, l_a) = \frac{V_l}{H} \times \frac{\Delta h}{l_a} \quad (15)$$

Los resultados se declaran en la tabla II. Para cada juego de valores de Δh y l_a existe un valor de X y en consecuencia se expresa la velocidad de deformación en función de X. El cálculo de x se obtiene mediante la ecuación:

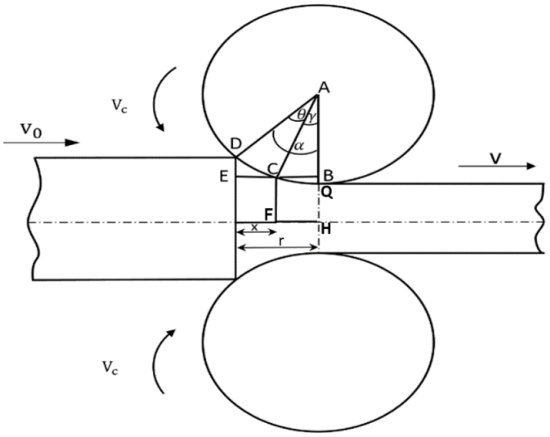


Figura 3. Esquema para determinar altura del metal en sección distante del eje de los cilindros en la magnitud x

Tabla 1. Valores de p_x y τ_x

γ	ZONA	P_x (kgf/cm²)	τ_x (kgf/cm²)
1°		0	0
2°		0,00148	0,000681
3°		0,005749	0,002645
4°	ATRASO	0,012656	0,005822
5°		0,022164	0,010196
6°		0,03437	0,01581
7°		0,243703	0,112104
8°		0,336718	0,15489
9°		0,447186	0,205706
10°		0,576546	0,265211
11°		0,727415	0,334611
12°		0,9009	0,414414
13°		1,100076	0,506035
14°		1,326796	0,610326
15°	ADELANTO	1,584164	0,728716
16°		1,875321	0,862648
17°		2,203731	1,013716
18°		2,573298	1,183717
19°		2,988033	1,374495
20°		3,452484	1,588142
21°		3,972008	1,827124
22°		4,551883	2,093866
23°		5,187021	2,38603

$$X = R[sen\ \alpha - sen(\alpha - \theta)] \quad (16)$$

Una vez realizados todos los cálculos se procede al tratamiento estadístico que da como resultados las ecuaciones de ajuste para cada zona y los gráficos correspondientes de velocidad de deformación instantánea contra posición.

R-cuadrada: 97,6629 %.

R-cuadrada (ajustada para grados de libertad): 95,3258 %.

Error estándar estimado: 2,83019.

Error absoluto medio: 1,60976.

Estadístico *Durbin-Watson*: 2,657.

Auto correlación de residuos en retraso 1: -0,423769.

A partir de la regresión múltiple se obtiene el siguiente modelo polinomial de segundo orden que describe la relación entre la velocidad de deformación (U(x)) y la posición para un haz de punto:

$$U(x) = 87{,}8489 - 7271{,}16\,X + 167158\,X^2 \quad (17)$$

Cabe destacar que el modelo obtenido es una primera aproximación en el intento de obtener valores concretos, para de describir estados tensionales y deformacionales de puntos que se encuentren en el foco de deformación. Al integrar la expresión (17) se obtiene que:

$$\varepsilon(x) = 87{,}8489\,X - \frac{7271{,}16\,X^2}{2} + \frac{167158\,X^3}{3} \quad (18)$$

De igual forma se procede para la zona de adelanto, obteniéndose la figura siguiente.

R-cuadrada: 98,7706 %.

R-cuadrada (ajustada para grados de libertad): 98, 595 %.

Error estándar estimado: 0,184157.

Error absoluto medio: 0,525997.

Estadístico *Durbin-Watson*: 0,507657.

Auto correlación de residuos en retraso 1: 0,507657.

$$U(x) = 12{,}4425 - 213{,}821\,X + 1158{,}14\,X^2 \quad (19)$$

Si se integra la expresión (19) se obtiene que:

$$\varepsilon(x) = 12{,}4425\,X - \frac{213{,}821\,X^2}{2} + \frac{1158{,}14\,X^3}{3} \quad (20)$$

CONCLUSIONES

1. Las expresiones anteriormente obtenidas son entendidas como recursos analíticos que permiten calcular la velocidad de deformación y la deformación unitaria de cualquier punto que esté a una distancia x del punto de entrada del metal y que estén en el plano vertical de simetría longitudinal de la palanquilla.
2. Estas expresiones contrastan con lo que ocurre en la práctica tecnológica en la que los parámetros e indicadores asociados al proceso suelen ser calculados a la entrada y salida del metal en el calibre, esta suerte, se complementa con la responsabilidad que asume la ciencia y que consiste en ofrecerle a la tecnología detalles, de los que esta última no puede ocuparse. En el caso de las expresiones encontradas por la discretización es un ofrecimiento de la ciencia que aquí se ha desarrollado a la tecnología que aplican ingenieros, técnicos y obreros al proceso de laminación.
3. Los cálculos que pueden ser realizados desde estas dos expresiones aportan información de valores concretos de estados deformacionales en puntos específicos del metal y en consecuencia es el primer acercamiento para identificar estados deformacionales concretos en el metal durante su estancia en el foco de deformación para el caso estudiado.

Tabla 2. Velocidad deformación instantánea en función de la posición X

θ	ZONA	Velocidad de deformación para un instante (s^{-1})	Posición X (m)
1°	ATRASO	--------	0,004031
2°		41,32004	0,00809
3°		21,17004	0,012177
4°		14,43634	0,01629
5°		11,0604	0,020428
6°		9,024548	0,024589
7°		7,658947	0,028773
8°		6,673565	0,032977
9°		5,930571	0,037201
10°		5,348424	0,041444
11°		4,875765	0,045704
12°		4,485584	0,049979
13°		4,155522	0,054269
14°		3,872861	0,058573
15°	ADELANTO	3,626991	0,062888
16°		3,410547	0,067214
17°		3,218004	0,071549
18°		3,045097	0,075892
19°		2,888629	0,080242
20°		2,745994	0,084597
21°		2,615021	0,088956
22°		2,494105	0,093317
23°		2,383636	0,09768

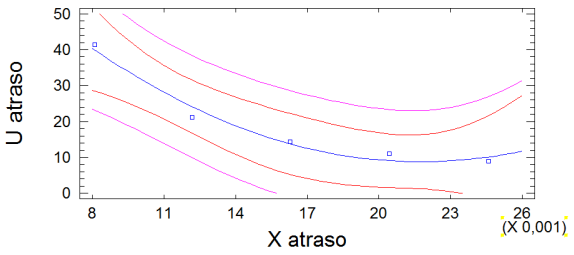


Figura 4. Gráfico de velocidad de deformación v/s posición para la zona de atraso

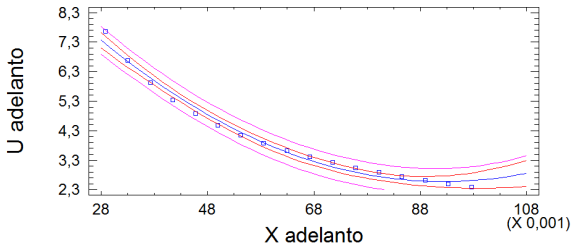


Figura 5. Gráfico de velocidad de deformación v/s posición para la zona de adelanto.

BIBLIOGRAFÍA

Askeland, D. R. 1998. Ciencia e ingeniería de los materiales, México: International Thomson Editores.

Cobas, G. G. 2014. Evaluación de las presiones específicas y las tensiones en la laminación de perfiles con una cara inclinada. Trabajo de Diploma, La Habana.

Chekmariov, A. 1970. Calibración de los cilindros de laminación. Moscú.

Derlinden, B. 2007. Thermomechanical processing of metalic materials. Mexico: S.I. Elservier.

Dieter, G. 1989. Mechanical Metallurgy. London: Mc. Graw Hill.

Feodosiev, V. 1965. Resistencia de materiales . La Habana: Pueblo y Educación.

Gómez, S. M. 2006. Guía técnica para la evaluación de riesgos y procedimientos de trabajo seguro en conformado de metales . Madrid: Paraninfo.

Groover, M. P. 2007. Fundamentos de manufactura moderna. Mexico: Mc Graw Hill.

Lankford, T. 1985. The Making Shaping and treating of Steel. New York: USA Us Steel Co.

Madías, J. 2008. Avances recientes en la laminación de productos largos. Actualización tecnológica, 42-47.

Méndez, J. H. 2006. Protección ambiental y producción más limpia parte 2. Tabloide universidad para todos, 3-6.

Minkin, B. A. 1989. Cálculo de sistemas elongadores . Moscú: MIR.

Morales, I. I. 2015. Curso de laminación, departamento técnico (U.E.B) Laminación . La Habana.

Olivella, X. O. 2000. Mecánica de medios continuos para ingenieros . Barcelona: UPC.

Plaza, A. D. 2000. Conocimientos básicos de laminación en caliente. Avilés: Grafinsa.

Selikov, A. L. 1982 Teoría de la laminación. La Habana: Pueblo y Educación.

Soto, H. 1987. Calibración de los cilindros de laminación. La Habana: Pueblo y Educación.

Stewar, J. 2002. Calculo con transcendentes tempranas. La Habana: Félix Varela.

Zolotorevski, B. C. 1973. Pruebas mecánicas y propiedades de los materiales. Moscú: MIR.

Conflicto de Intereses: Los autores de este trabajo declaran que no existe conflicto de intereses.

Este artículo se encuentra bajo licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional (CC BY-NC 4.0)